

0716521-1

На правах рукописи

ПАНОВА Александра Михайловна

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТОРМОЖЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО  
ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С  
ОТРЫВОМ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

Специальность: 01.02.05 - Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ - 2000

Работа выполнена в Институте механики и машиностроения  
Казанского научного центра Российской Академии наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,  
профессор А.Н. ГИЛЬМАНОВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,  
Ю.Ф. КИСАРОВ,  
кандидат физико-математических наук,  
Р.С. ГАЛЕЕВ

Ведущая организация:

Центральный аэрогидродинамический  
институт им. проф. Н.Е. Жуковского

Защита диссертации состоится 25 мая 2000 г. в 14<sup>30</sup> час на заседании  
диссертационного совета по защите диссертаций Д 053.29.01 при  
Казанском государственном университете по адресу: г. Казань, ул.  
Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н.Г.  
Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан 24 " апреля " 2000 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук



А.А. Саченков

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА  
КФУ



0000947801

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Торможение сверхзвуковых течений газа в каналах происходит в воздухозаборниках ракетно-прямоточных двигателей, межлопаточных каналах сверхзвуковых ступеней компрессоров двигателей летательных аппаратов, в диффузорах лазеров, работающих с использованием сверхзвуковых газовых потоков низкого давления, и других устройствах. Подобное торможение осуществляется не в локальном прямом скачке уплотнения, а в сложной газодинамической структуре серии скачков уплотнения с последовательно снижающейся интенсивностью и уменьшающимся расстоянием между ними, получившей название псевдоскачка. На участке значительной протяженности происходит сложный процесс взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем. Течение в псевдоскачке характеризуется областями разрывных распределений газодинамических переменных на фронтах скачков и высокими градиентами в диссипативной части потока. Свойства псевдоскачка изучали отечественные ученые Гогиш Л.В., Гурылев В.Г., Гимранов Э.Г., Зубков А.И., Кисаров Ю.Ф., Кталхерман М.Г., Пензин В.И., Соркин Л.И., Степанов Г.Ю., Тарасов Ф.Ф., зарубежные ученые Neuman E., Lustwerk F., Merkli P., Waltrup P., Mochizuki H., Matsuo K., Childs M., Om D., Crocco L., Cuffel R., Back L., Arai T., Ikui I., Natsumoto T., Tamaki T., Tomita Y., Yamane R. и др. Тем не менее, многие особенности псевдоскачка остаются малоизученными.

Физически скачок уплотнения при торможении газа в канале постоянной ширины неустойчив в том смысле, что отсутствуют факторы, фиксирующие его положение, и любые возмущения могут беспрепятственно перемещать скачок вдоль канала. Используемая экспериментальная техника не позволяет детально анализировать структуру мгновенных распределений основных параметров течения, особенно в течении с отрывом. Гребенка измерительных трубок, внесенная в поток, действует как возмущение. Более того, процесс измерения приводит к дополнительному перемешиванию газа и разрушает пограничный слой. Вследствие этого имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные в большей своей части относятся к интегральным характеристикам потока. Поэтому численное моделирование псевдоскачка, позволяющее детально анализировать распределения основных параметров течения, является актуальной проблемой, имеющей как академический, так и практический интерес.

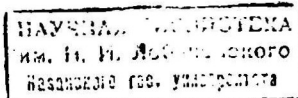
Сложность явлений, происходящих в псевдоскачке, не позволяет адекватно описывать его при помощи известных широко применяемых

расчетных схем, основанных преимущественно на одномерных и квазидвумерных моделях. Упрощенное математическое описание псевдоскачка не позволяет, к примеру, проследить все эволюции, связанные с деформацией профиля скорости в области псевдоскачка, определить точные размеры и расположение отрывных зон и т. д. Разработка и реализация методов расчета псевдоскачка сопряжена со специфическими трудностями, связанными с наличием как преобладающего сверхзвукового, так и дозвукового течений.

Течение газа как в псевдоскачке, так и в других случаях сильного взаимодействия вязких диссипативных слоев с внешним сверхзвуковым потоком, может быть достаточно точно описано при помощи системы полных уравнений Навье - Стокса. Современные численные методы позволяют интегрировать уравнения Навье - Стокса без упрощающих допущений. Поэтому исследование сложных физических явлений, возникающих при торможении сверхзвукового потока в канале, целесообразно проводить численными методами на основе системы полных уравнений Навье - Стокса.

Время счета при численном интегрировании полных уравнений Навье - Стокса является очень большим в задачах о течениях типа псевдоскачка, в которых рассматривается взаимодействие диссипативной части потока с ударными волнами. Расчет такого течения даже для одного варианта определяющих параметров занимает чрезвычайно много машинного времени. Возникает необходимость разработки методов, позволяющих уменьшать время решения подобных задач. Структурирование области расчета при помощи зон таким образом, что в некоторых из них можно использовать более простую и, соответственно, более быстро решаемую систему уравнений, дает возможность уменьшить время счета и эффективнее использовать компьютерные ресурсы. Разбиение расчетной области на зоны также позволяет использовать при необходимости в отдельных зонах разностные сетки, обладающие высокой разрешающей способностью благодаря достаточно малому шагу. Эффективность численного метода, основанного на зональном подходе, в решающей степени зависит от способа стыковки зональных решений, т. е. от схемы расчета вязко-невязкого взаимодействия в зональном методе. Поэтому актуальной является разработка и тестирование численных методов расчета каждой из этих зон и их стыковки.

Целью диссертационной работы является установление закономерностей торможения сверхзвукового потока газа в псевдоскачке на основе численного интегрирования системы полных уравнений Навье - Стокса, разработка и апробирование алгоритма расчета вязко-невязкого взаимодействия зональным методом.





**Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:**

1. Проведен расчет торможения сверхзвукового потока газа в канале постоянного сечения на разных режимах дросселирования при помощи численного интегрирования уравнений Навье - Стокса. Дросселирование (изменение площади выходного сечения) моделируется путем задания относительного противодавления. На основе анализа результатов выявлена структура течения при торможении потока и получены распределения газодинамических параметров в псевдоскачке.
2. На основе численного моделирования исследовано влияние числа Рейнольдса на качественную картину псевдоскачка при неизменном уровне дросселирования.
3. Программно реализованы прямой метод расчета пограничного слоя для безотрывных течений и обратный метод расчета пограничного слоя, позволяющий проводить расчет как для безотрывных, так и для отрывных течений. С применением этих методов решены тестовые задачи, проведена оценка точности расчетов на этих задачах и изучено влияние теплообмена на положение точки отрыва в течении с односкатным профилем скорости.
4. Предложена новая методика стыковки локальных решений вязкой и невязкой зон в зональном методе расчета вязко-невязкого взаимодействия. Методика стыковки апробирована на тестовой задаче, результаты решения которой сопоставлены с результатами решения уравнений Навье - Стокса.

**На защиту выносятся:**

- результаты численного моделирования течения в псевдоскачке на основе интегрирования полных уравнений Навье - Стокса;
- зональный метод расчета вязко-невязкого взаимодействия с новым методом стыковки вязкой и невязкой зон.

**Достоверность** результатов диссертации обеспечивается корректностью постановки математических задач, применением численных методов, обладающих необходимыми свойствами сходимости, разносторонними тестовыми расчетами и хорошим соответствием результатов расчета с аналитическими, экспериментальными и численными результатами других авторов.

**Практическая значимость работы.** Результаты расчетов задач, рассмотренных в диссертации, могут быть использованы при исследовании явлений в псевдоскачке и могут представить интерес при конструировании конкретных технических устройств. Разработанная в диссертационной работе методика расчета высокоскоростных течений вязкого газа с

отрывом пограничного слоя, реализованная в программном комплексе, пригодна для исследования широкого класса задач. Многие блоки программы имеют универсальный характер, так как моделируют основные законы механики сплошной среды.

Работа выполнена в лаборатории механики сплошных сред Института механики и машиностроения Казанского научного центра Российской Академии наук в соответствии с планами научно-исследовательских работ по теме: "Математическое моделирование течения вязкого теплопроводного газа с учетом физико-химических процессов". Ряд результатов диссертационной работы получен в рамках проектов, финансировавшихся РФФИ (гранты № 96-01-00483 и № 98-01-00257), по темам "Численное моделирование внутренних стационарных и нестационарных отрывных течений при больших числах Рейнольдса" и "Численное моделирование внутренних отрывных течений вязкого газа на динамически адаптивных сетках".

**Апробация работы.** Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на VII Четаевской конференции "Аналитическая механика, устойчивость и управление движением" (Казань, 1997 г.); I Международной конференции "Модели механики сплошной среды, вычислительные технологии и автоматизированное проектирование в авиа- и машиностроении" (Казань, 1997 г.); республиканской научной конференции "Проблемы энергетики" (Казань, 1998 г.); II Международном симпозиуме по энергетике, окружающей среде и экономике (Казань, 1998 г.); 12-й Международной научной конференции "Математические методы в технике и технологиях ММТТ - 12" (Великий Новгород, 1999 г.); 5-й Международной научной конференции "Методы кибернетики химико-технологических процессов КХТП - V - 99" (Казань, 1999 г.); Международной конференции "Математические модели и методы их исследования" (Красноярск, 1999); итоговых научных конференциях Казанского государственного университета в 1997-99 гг.; итоговых научных конференциях Института механики и машиностроения КНЦ РАН в 1997-98, 2000 г.; научных семинарах ИММ КНЦ РАН в 1996-99 гг.

**Публикации.** Основные материалы диссертации опубликованы в 10 печатных работах, из них - 2 статьи, 3 опубликованных доклада, 5 тезисов докладов. Список публикаций приведен в конце автореферата.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения, изложенных на 145 листах машинописного текста, включая рисунки, 2 приложения, список основных обозначений и список использованных источников из 162 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выполненных исследований. В большинстве имеющихся работ, посвященных исследованию течения в псевдоскачке, используются преимущественно одномерные и квазидвумерные модели. В бескачковой модели двухслойного потока Крокко и различных ее модификациях, диффузионной модели Икуи, методике расчета псевдоскачка Гогийша - Степанова, струйно-турбулентной модели Гимранова и др. принимаются предположения, что течение в области торможения является свободным (не ограниченным стенками канала), струйным, автомодельным и др., что не позволяет адекватно отразить все сложные физические явления, возникающие при торможении сверхзвукового потока в канале. Исследование течения в псевдоскачке для более общей постановки целесообразно проводить на основе системы полных уравнений Навье - Стокса при помощи современных численных методов интегрирования. Применительно к этому во введении сформулирована цель работы и ее основные задачи, определяющие структуру диссертационной работы и взаимосвязь ее глав, здесь же кратко излагается содержание диссертации.

В первой главе излагается методика исследования торможения сверхзвукового течения газа в плоском канале при помощи интегрирования полных уравнений Навье - Стокса.

В разделе 1.1 на основе литературного обзора приводится краткое изложение и анализ имеющихся результатов экспериментальных и теоретических работ по исследованиям течения газа в псевдоскачке. Течение в псевдоскачке в значительной степени неоднородное. Выделяется явно выраженное центральное ядро и диссипативный слой, прилегающий к стенкам канала. В ядре возникает сложная конфигурация скачков, которая в зависимости от режима течения и значения числа Маха может иметь повторяющуюся систему косых  $X$ -образных или  $\lambda$ -образных скачков. При превышении определенного критического отношения давлений на падающем скачке происходит отрыв пограничного слоя, что приводит к коренному изменению картины течения за точкой отрыва. Отрыв становится более заметным с увеличением отношения давлений на скачке, т.е. с увеличением числа Маха в набегающем потоке. Вследствие этого в предельных случаях поток приобретает форму, типичную для свободной струи, когда он полностью отрывается от стенок канала, пройдя через скачок уплотнения. Хотя явление псевдоскачка открыто около 50 лет назад и интенсивно исследуется, но пока не существует полной теории псевдоскачка, не совсем ясна физическая картина течения.

В разделе 1.2 описана математическая модель течения газа в псевдоскачке. В рамках поставленной задачи исследования течений в

псевдоскачке (сверхзвукового течения вязкого газа на конечном участке канала) для исключения дополнительных эффектов, обусловленных изменениями поперечного сечения, рассматриваются только плоские двумерные течения. Наиболее полную модель течения вязкого теплопроводного сжимаемого газа при ламинарном режиме в приближении сплошной среды представляют уравнения Навье - Стокса в совокупности с уравнением энергии и уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\mathbf{E}}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\mathbf{F}}}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial \bar{\mathbf{G}}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial y} \right],$$

где  $\bar{\mathbf{Q}}$  - вектор состояния течения, включающий плотность  $\rho$ , полную энергию  $e = \rho [\varepsilon + (u^2 + v^2)/2]$  на единицу объема и двумерный вектор количества движения  $(\rho u, \rho v)$ ;  $p$  - давление;  $\varepsilon$  - удельная внутренняя энергия;  $\bar{\mathbf{E}}$ ,  $\bar{\mathbf{F}}$  - векторы невязкого газодинамического потока;  $\bar{\mathbf{G}}$ ,  $\bar{\mathbf{H}}$  - векторы вязкого потока

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{E}}(\bar{\mathbf{Q}}) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{Q}}) = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{G}}(\bar{\mathbf{Q}}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{H}}(\bar{\mathbf{Q}}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - q_y \end{bmatrix}$$

Компоненты тензора вязких напряжений  $\tau_{xx}$  задаются известными выражениями через тензор скоростей деформации. Система замыкается уравнением состояния совершенного газа. Молекулярная вязкость является функцией только температуры  $\mu = \mu(T)$  и определяется либо по закону Сазерленда, либо степенной зависимостью. Тепловой поток  $\bar{\mathbf{q}}$  описывается законом теплопроводности Фурье  $\bar{\mathbf{q}} = -k \text{ grad } T$ , где  $k$  - коэффициент теплопроводности, определяемый по числу Прандтля  $\text{Pr} = \mu c_p / k$ .

Входные граничные условия задаются параметрами набегающего сверхзвукового потока газа. На твердой границе скорость удовлетворяет условиям прилипания и непроницаемости  $u_w = 0$ ,  $v_w = 0$ . Здесь же задается либо распределение температуры по поверхности твердой границы  $T_w = T_w(x)$  либо распределение теплоотдачи  $q_w(x) = -k (\partial T / \partial y)$ . На выходе из

канала задается противодавление, остальные газодинамические параметры находятся методом экстраполяции. В начальный момент времени во всей расчетной области задаются параметры невозмущенного потока  $\bar{Q}(x, y, \theta) = \bar{Q}^0$ .

Принципиальной особенностью уравнений Навье - Стокса является наличие в них малого параметра  $\varepsilon = 1/\sqrt{Re}$  при старших производных, который приводит к крайне неравномерному поведению газодинамических параметров в поле течения и вызывает дополнительные трудности при получении численного решения. Первая трудность состоит в наличии в поле течения узких зон с резким изменением параметров, положение которых в общем случае заранее неизвестно, что требует разработки и реализации специальных приемов подгонки разностной сетки под структуру течения. Вторая - это наличие малого параметра, что выдвигает повышенные требования к порядку аппроксимации дифференциальных уравнений разностными. Это необходимо для того, чтобы влияние погрешности аппроксимации не искажало вклад в структуру течения членов в уравнениях Навье - Стокса, имеющих порядок  $\varepsilon^2$ .

В разделе 1.3 излагается численный метод исследования торможения сверхзвукового течения газа при помощи системы полных нестационарных уравнений Навье - Стокса<sup>1</sup>. Согласно этому методу интегрирование проводится установлением по времени на основе разностной схемы второго порядка точности в областях непрерывного изменения газодинамических переменных с использованием динамически адаптивных сеток. Дается краткое описание численного интегрирования методом TVD (Total Variation Diminishing)<sup>2</sup>, численной реализации граничных условий и используемых адаптивно-подвижных и адаптивно-встраивающихся сеток. Адаптивно-подвижные сетки состоят из фиксированного числа узлов, которые перераспределяются из своего начального положения, собираясь в зонах больших градиентов газодинамических переменных. Адаптивно-встраивающиеся сетки предполагают "встраивание" дополнительных ячеек в те зоны расчетной области, где наблюдаются значительные изменения переменных газового потока. Процессы создания и исключения из расчетной области ячеек автоматизированы, что позволяет выявить детальную структуру потока. Точность и надежность рассматриваемого метода расчета сверхзвуковых течений газа с отрывом пограничного слоя проверены на тестовых задачах, результаты решения которых хорошо

<sup>1</sup>Гильманов А.Н., Кулачкова Н.А. Метод TVD на адаптивно-встраивающихся сетках в задачах сверхзвуковой газовой динамики // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Мат. моделирование физ. процессов. 1995. Вып. 1-2. С. 72-78.

<sup>2</sup>Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // J. Comput. Phys. 1983. V.49. No.3. P.357-393.

согласуются с известными численными и экспериментальными данными других авторов<sup>1</sup>.

Вторая глава посвящена моделированию сверхзвуковых течений газа с отрывом пограничного слоя на основе зонального подхода. Вся область расчета разбивается на зоны в соответствии со степенью влияния вязкости. Центральная "невязкая" зона описывается полными уравнениями Навье - Стокса; термин "невязкая" применяется здесь только в смысле малости вязких напряжений в данной области по сравнению с напряжением поверхностного трения в пограничном слое. Система полных нестационарных уравнений Навье - Стокса интегрируется вышеописанным методом установления. В качестве модели вязкого пристенного течения приняты уравнения плоского сжимаемого пограничного слоя. Важность приближения пограничного слоя заключается в том, что оно позволяет применять маршевые в направлении течения численные схемы расчета и использовать достаточно мелкую сетку, не увеличивая при этом времени расчета.

В п.2.2.1 приводится математическая постановка задачи расчета пограничного слоя и алгоритм ее численного решения. Уравнения, определяющие течение в пограничном слое

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (1a)$$

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial y} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial H}{\partial y} + \mu \left( 1 - \frac{1}{Pr} \right) u \frac{\partial u}{\partial y} \right], \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad (1c)$$

являются параболическими в направлении основного потока независимо от значения продольной составляющей вектора скорости  $u$  по сравнению со скоростью звука.

Граничные условия заданы следующим образом:

$$u(x_0, y) = u_0(y), \quad T(x_0, y) = T_0(y); \quad (2a)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0; \quad T_w = T_w(x), \text{ либо } q_w(x) = -\lambda (\partial T / \partial y); \quad (2b)$$

$$u(x, y \rightarrow \infty) = u_\infty(x), \quad (2c)$$

$$T(x, y \rightarrow \infty) = T_\infty(x). \quad (2d)$$

Здесь через  $\infty$  обозначено значение  $y$ , большое по сравнению с таким значением  $y$ , при котором продольная скорость  $u$  отличается от скорости внешнего потока  $u_\infty$  на выбранную наперед малую величину,  $x_0$  - некоторое

<sup>1</sup> Гильманов А.Н., Кулачкова Н.А. Численное исследование двумерных течений газа со скачками методом TVD на физически адаптивных сетках // Мат. моделирование. 1995. Т. 7, № 3. С. 97-106.

начальное сечение, с которого ведется расчет, индекс  $w$  указывает значение величины на поверхности стенки.

При торможении высокоскоростных газовых потоков разность температур между характерными точками газового потока сравнима с абсолютной температурой. В силу этого изменения плотности, вязкости и коэффициента теплопроводности также сравнимы с их характерными величинами, и при расчете их нельзя считать постоянными. Особенностью задачи о пограничном слое в течениях типа псевдоскачка является необходимость рассмотрения сопряженных течений, для которых уравнения движения и энергии решаются совместно. При решении уравнений сопряженного пограничного слоя конечно-разностным способом применен блочный метод Келлера решения дифференциальных уравнений параболического типа<sup>1</sup>, описанный в приложении А применительно к данной постановке задачи. Решение полученной при этом системы разностных уравнений описано в приложении В.

В п. 2.2.2. приведены примеры расчета пограничного слоя при обтекании под нулевым углом атаки плоской пластины с нулевым градиентом давления. При сверхзвуковом обтекании на передней кромке пластины формируется слабая ударная волна, которая изменяет параметры невязкого потока над пограничным слоем. При входных данных  $M_\infty = 5.22$ ,  $p_\infty = 0.884$ ,  $T_\infty = 292.8$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $Re_L = 1243$  обеспечивается невязкое течение над пограничным слоем с  $M \approx 5$ .

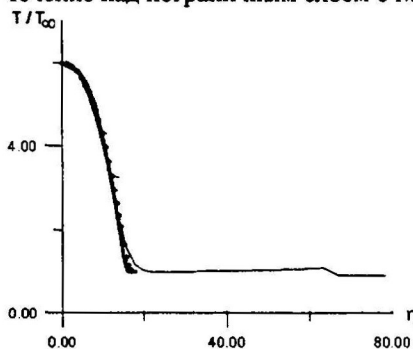


Рис. 1

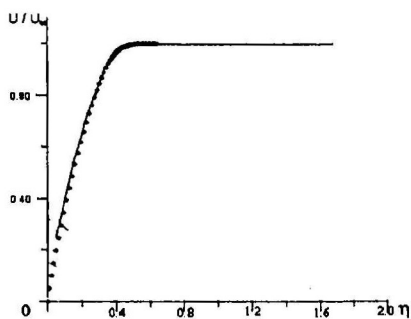


Рис. 2

На рис. 1 приведена зависимость температуры  $T/T_\infty$  вдоль нормали к поверхности теплоизолированной пластины от автомодельной переменной  $\eta = (y/x)\sqrt{Re_x}$ , на рис. 2 показана аналогичная зависимость продольной скорости  $u/u_\infty$  для изотермической пластины. Тонкой линией показаны

<sup>1</sup> Keller H., Cebeci T. An inverse problem in boundary-layer flows// J. Comput. Phys. 1972. Vol.10. P.151-161.

результаты, полученные интегрированием уравнений Навье - Стокса на основе метода TVD, жирной линией - решение, приведенное в монографии<sup>1</sup>. Распределения температуры и скоростей по результатам расчетов пограничного слоя вышеописанным методом показаны точками. Можно отметить хорошее согласие результатов.

На рис. 3 приведены профили безразмерной продольной скорости в пограничном слое при различных безразмерных температурах стенки  $T_w = \text{const}(x)$  для течения, в котором скорость внешнего потока линейно уменьшается согласно формуле  $u_\infty(x) = u_\infty(1 - ax)$ . Очевидно, что такое течение, с так называемым однокатным профилем скорости внешнего потока, можно рассматривать как обобщение продольного обтекания пластины, в которое оно переходит при  $a = 0$ , или как течение в канале, две стороны которого ограничены параллельными стенками (скорость  $u_\infty$ ), а две другие, примыкающие к ним, - сходящимися ( $a < 0$ ) или расходящимися ( $a > 0$ ) стенками. На рис. 4 представлена зависимость координаты точки отрыва  $\xi$  от температуры стенки  $T_w$  в сжимаемом ( $M = 0.2$ ) и несжимаемом ( $M = 0$ ) течениях при  $a = 0.125$ . Видно, что охлаждение стенки приводит к затягиванию отрыва. При нагреве точка отрыва смещается вверх по потоку. График зависимости при  $M = 0$  с точностью графического представления данных совпадает с аналогичным графиком, приведенным в монографии<sup>2</sup>.

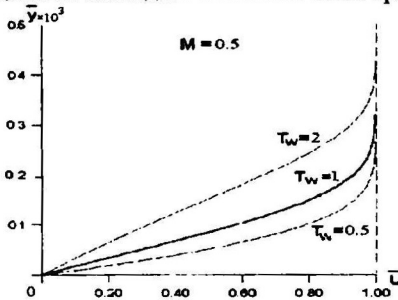


Рис. 3

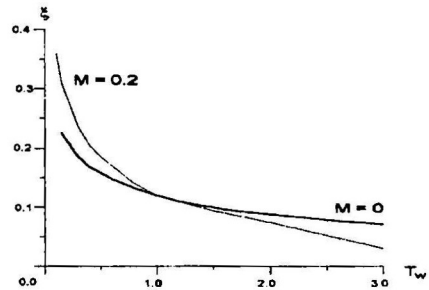


Рис. 4

В разделе 2.3 рассматривается решение уравнений пограничного слоя обратным методом. В классической постановке при заданном продольном градиенте давления уравнения пограничного слоя (1a)-(1c) в точке отрыва имеют известную особенность Гольдштейна<sup>3</sup>. При конечно-разностном решении уравнений пограничного слоя эта особенность проявляется как тенденция к неограниченному росту поперечной скорости  $v$  при уменьшении шага сетки в продольном направлении. Естественно, что если

<sup>1</sup> Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1974. 711 с.

<sup>2</sup> Чжен П. Управление отрывом потока. М.: Мир, 1979. 552 с.

<sup>3</sup> Goldstein S. On laminar boundary-layer flow near a problem of separation // Quart. J. Mech. Appl. Math. 1948. V.1. No. 1. P.43-69.



шаг сетки конечен, то и  $\nu$  конечно, но, как отсюда следует, получающееся при этом решение не единственно. В обратных методах вместо условия на внешней границе пограничного слоя (2с) задается или толщина вытеснения  $\delta^*(x)$  или коэффициент трения на стенке  $c_f(x)$ , которым решение должно удовлетворять. Распределение давления или скорости на внешней границе пограничного слоя  $u_e(x)$  определяется в процессе решения. В такой постановке точка отрыва перестает быть особой точкой уравнений пограничного слоя.

При численном решении уравнений пограничного слоя обратным методом на каждом шаге по маршевой координате величина скорости на границе пограничного слоя изменялась в итерационном цикле до тех пор, пока расчетный коэффициент поверхностного трения, полученный интегрированием профиля скорости, не удовлетворит заданному  $c_f(x)$ . На каждой из итераций алгоритм решения и граничные условия такие же, как и в прямом методе расчета пограничного слоя. При расчете в областях возвратного течения применяется приближение FLARE, впервые предложенное Рейнером и Флюгге-Лотц<sup>1</sup>. В зоне возвратного течения скорости относительно невелики, продольные конвективные члены пренебрежимо малы и, согласно этому приближению, полагаются равными нулю. В результате удается избежать неустойчивости численного счета, которая затрудняет интегрирование уравнений пограничного слоя в направлении, противоположном локальному направлению течения.

Проверка программ, реализующих описанный выше метод, проводилась путем решения тестовых задач. Для ламинарного случая обтекания плоской пластины несжимаемой жидкостью ( $M = 0.005$ ) при нулевом угле атаки значения скорости на границе пограничного слоя вычислены обратным методом по заданной известной аналитической формулой толщине вытеснения  $\delta^*(x) = 1.721 \sqrt{\nu x / u_e}$  и приведены в таблице 1. Как видно из результатов, рассчитанные на основе обратного метода значения скорости отличаются от точного безразмерного значения 1.0 не более чем на 0.02%.

Таблица 1

| $x/L$ | 0.2     | 0.3     | 0.4     | 0.5     | 0.7     |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $u_e$ | 1.00004 | 1.00017 | 1.00020 | 1.00010 | 1.00010 |

Для второй тестовой задачи обтекания пластины сверхзвуковым потоком с односкатным профилем скорости внешнего течения  $u_e(x) = u_\infty(1 - \alpha x)$  коэффициент трения был получен прямым методом.

<sup>1</sup> *Reynler T.A., Flugge-Lotz I. The Interaction of a Shock Wave With a Laminar Boundary Layer // International Journal of Non-Linear Mechanics. 1968. Vol.3. P.173-199.*

Результаты, полученные при  $M = 2.0$  и приведенные в таблице 2, показывают, что отличие  $(u_{\text{расч}}/u_{\infty})$  от заданного не превышает 0.75%.

Таблица 2

| $x, \text{ м}$ | $C_T$      | $(1-\alpha) - (u_{\text{расч}}/u_{\infty})$ |
|----------------|------------|---|
| .312E-01       | .60274E-01 | 0.0075                                      |
| .469E-01       | .32598E-01 | 0.0059                                      |
| .625E-01       | .20116E-01 | 0.0048                                      |
| .781E-01       | .18368E-01 | 0.0051                                      |
| .938E-01       | .13057E-01 | 0.0051                                      |

В разделе 2.4 рассматривается стыковка локальных решений в зональном методе расчета сильного вязко-невязкого взаимодействия. Так как по мере приближения к зоне отрыва вытесняющее действие пограничного слоя приводит к все более сильному локальному искажению градиента давления, распределение давлений на границе между зонами не задается. Предложен новый способ стыковки локальных решений, согласно которому информация о распределении газодинамических параметров, полученная в результате решения уравнений пограничного слоя, переносится в программу расчета "невязкого" течения. Зональные граничные условия при передаче информации не используются. С точки зрения численных методов всю вязкую зону можно рассматривать как одну большую ячейку сетки для всей области течения. Граница вязкой зоны выбирается заведомо больше максимальной толщины пограничного слоя. Для упрощения обмена данными между различными блоками программы сетка 2 вязкой зоны как бы встраивается в сетку 1 "невязкой" зоны. Обе зональные сетки построены таким образом, что одно семейство сеточных линий (разбиение вдоль оси  $x$ ) одновременно принадлежит обеим сеткам (рис. 5). Это обеспечивает высокую точность передачи информации из одной зоны в другую и облегчает задачу интерполяционного расчета. Значения переменных в узлах первой сетки по значениям переменных в узлах второй сетки, и наоборот, удается вычислить при помощи одномерной интерполяции вдоль направления к поверхности.

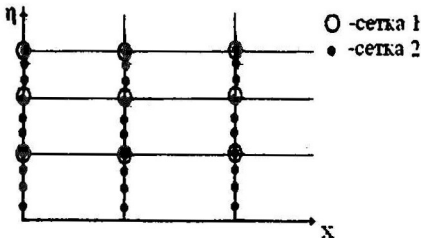


Рис. 5

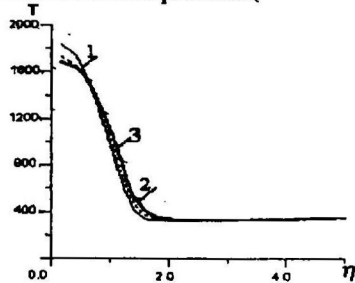


Рис. 6

В начале расчета вся область течения покрывается сеткой 1, являющейся на этом этапе сеткой первого уровня. Затем прямым маршевым методом проводится расчет пограничного слоя в вязкой зоне с использованием сетки 2 при заданной скорости на границе пограничного слоя, равной скорости невозмущенного потока. На этапе 2 информация, полученная в расчете пограничного слоя, переносится в программу интегрирования уравнений Навье - Стокса, где расчет проводится с использованием динамически адаптивных сеток. На следующем этапе на определенных временных слоях по мере необходимости можно провести дополнительный расчет в вязкой зоне. Для этого из "невязкой" зоны в вязкую передается информация о распределении переменных по сечению пограничного слоя в некотором начальном сечении  $x_0$  и распределении коэффициента поверхностного трения вдоль твердой стенки. Здесь пограничный слой рассчитывается обратным маршевым методом. После этого расчет идет как на этапе 2 и т.д. до получения искомого решения.

Приведены результаты апробации этого метода на примере адиабатического обтекания пластины сверхзвуковым потоком вязкого газа (рис. 6). Кривая 1 (тонкая сплошная линия) показывает распределение температуры, полученное на сетке первого уровня после 700 итераций, кривая 2 (жирная линия) - решение, полученное на сетке третьего уровня, штриховой линией 3 показано решение, полученное на сетке первого уровня с применением зонального подхода после 100 шагов. Сравнение полученных результатов показывает, что применение зонального подхода дает удовлетворительный результат и ускоряет процесс сходимости к решению.

В третьей главе анализируются и обсуждаются результаты численного моделирования торможения сверхзвукового потока газа в плоском прямолинейном канале на основе интегрирования уравнений Навье - Стокса. При решении не использовались никакие априорные предположения о структуре течения и предположения, позволяющие упростить систему уравнений Навье - Стокса. Ламинарность течения в рамках исследования формально достигается соответствующим изменением геометрических размеров канала. В силу ламинарности течение предполагается симметричным относительно плоскости симметрии канала и на ней задаются условия непротекания. Расчетная область  $\Lambda$  ограничена двумя параллельными плоскостями и входным и выходным сечениями:  $\Lambda = \{(x, y, z): |x| < L, |y| \leq h, |z| < \infty\}$ , где  $h$  и  $L$  - полуширина и длина канала соответственно. На острых кромках канала формируется пограничный слой. Дросселирование моделируется путем задания внешнего противодавления в выходном сечении  $P_{out}$ .

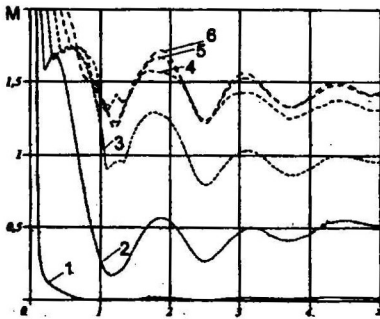


Рис. 7

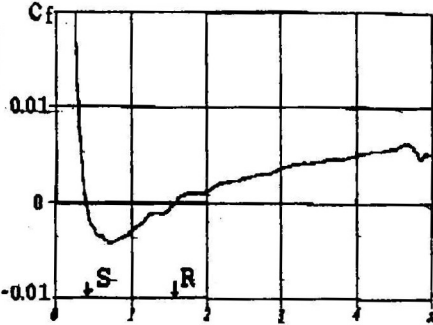


Рис. 8

На рис. 7 приведены распределения чисел Маха вдоль продольных сечений канала при  $Re_h = 10^3$  и  $p_{out}/p_{01} \approx 0.29$ , где  $p_{01}$  - полное давление входного потока. Остальные газодинамические переменные на выходе определяются экстраполяцией. Кривые 1-6 соответствуют сечениям  $y_i = 0.01, 0.11, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ . Видно, что поток в канале затормаживается, однако скорости в ядре потока (кривые 4-6) остаются сверхзвуковыми.

В зависимости от степени дросселирования изменяется структура течения в псевдоскачке и степень торможения потока. При давлениях на выходе, превышающих некоторое критическое значение  $(p_{out}/p_{01})_{крит} \approx 0.38$ , сверхзвуковой поток тормозится до дозвуковых скоростей. В противном случае в ядре потока сохраняется сверхзвуковой режим течения. Для уровня дросселирования  $p_{out}/p_{01} < 0.43$  наклонные скачки являются X-образными, а при  $p_{out}/p_{01} \approx 0.43$  на входе формируется  $\lambda$ -образный скачок. Это объясняется тем, что угол наклона пограничного слоя в носике  $\theta \approx 12^\circ$  и превышает величину предельного угла отклонения потока, обеспечивающего существование косого X-образного скачка. Под действием второго наклонного скачка, входящего в систему  $\lambda$ -образного скачка, происходит отрыв пограничного слоя, что видно по распределению коэффициента трения вдоль твердой поверхности канала на рис. 8. Символами S и R отмечены точки отрыва и присоединения потока, где коэффициент трения равен нулю. Линейный размер отрывной зоны мал, и в большей части псевдоскачка течение безотрывное.

На рис. 9 приведены: (а) - изменения чисел Маха  $M$  вдоль продольных сечений канала; (б) - изолинии равных чисел Маха; (в) - изменения чисел Маха вдоль ортогональных к поверхности канала сечений  $x_i = 0.2, 0.25, 0.43, 0.59, 3.07, 4.99$ . Кривые 1-6 на рис. 9а показывают, что поток как за прямым скачком, прилегающим к плоскости симметрии, так и за наклонными скачками, сходящимися в тройной точке, дозвуковой. После  $\lambda$ -образного скачка центральная часть потока ускоряется, достигая сверхзвуковых скоростей с  $M \approx 1.3$ .

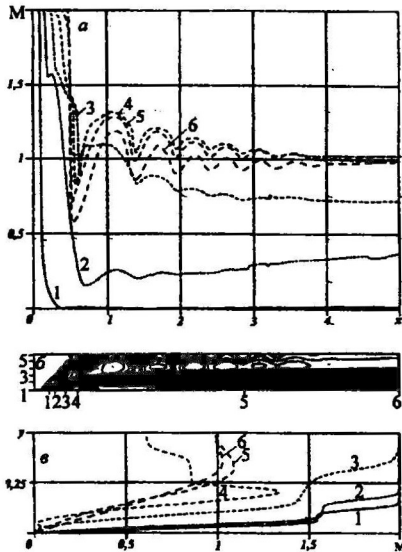


Рис. 9

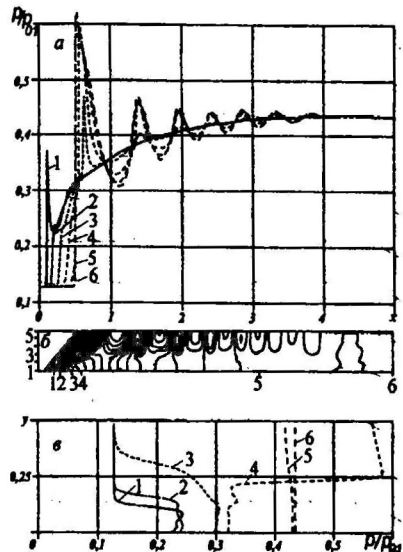


Рис. 10

Обращает на себя внимание исходящая из тройной точки поверхность контактного разрыва, что в полной мере согласуется с теоретическими выводами о конфигурации трех ударных волн, проходящих через одну точку. Вне пограничного слоя (кривые 4, 5 на рис. 9а) течение сохраняется сверхзвуковым во всей области взаимодействия, тогда как в центральной части канала сверхзвуковые области чередуются с дозвуковыми, что свидетельствует о наличии скачков уплотнения. При этом расстояние между скачками уменьшается в направлении течения. На выходе ядро потока движется с практически постоянной околосредней скоростью ( $M_{\text{ок}} \approx 1$ ). Кривые 5, 6 на рис. 9б показывают, что наибольшая скорость в ядре достигается не на центральной линии канала, а в некотором сечении  $y \approx 0.3$ , близком к внешней границе пограничного слоя.

Изобары и графики изменения статического давления  $p$  в отношении к полному давлению на входе  $p_{01}$  вдоль тех же продольных сечений, что и на графике для  $M$ , приведены на рис. 10. Изменяющийся характер давления вдоль центральной части канала согласуется с экспериментальными распределениями давления вдали от стенок канала.<sup>1</sup>

На небольшом участке за  $\lambda$ -образным скачком имеет место полностью дозвуковой режим течения по всему сечению канала. Далее на волне

<sup>1</sup> Ом Д., Чайлдс М.Е. Взаимодействие каскада скачков уплотнения с пограничным слоем в цилиндрическом канале // Аэрокосмич. техника. 1986. № 5. С. 143-150.

разрежения, возникшей при отражении наклонного скачка уплотнения от пограничного слоя, в ядре происходит ускорение потока газа до небольших сверхзвуковых скоростей ( $M \approx 1.2-1.3$ ), после чего процессы торможения и ускорения повторяются. Однако впоследствии, вплоть до выходного сечения, уже не существует полностью дозвукового режима течения газа по всему сечению. На выходе из канала имеет место дозвуковое течение с  $M_{out} \approx 1.0$ .

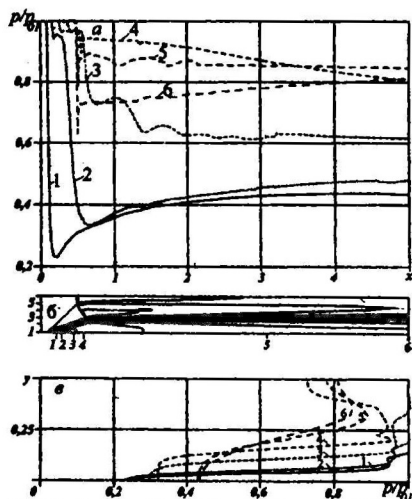


Рис. 11

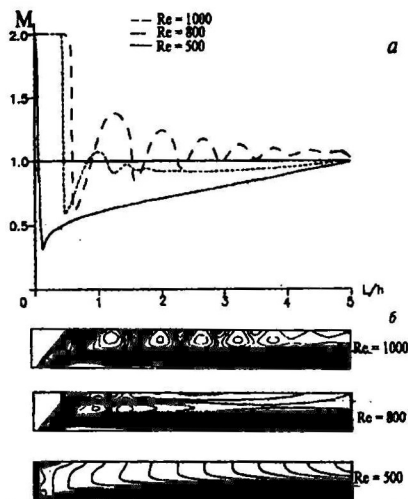


Рис. 12

На рис. 11 приведены характеристики полного давления  $p_0/p_{01}$ , показывающие, что полное давление на выходе постоянно в части пограничного слоя  $y \leq 0.1$ , прилегающей к поверхности. В оставшейся части пограничного слоя полное давление изменяется до своего наибольшего значения  $(p_0/p_{01})_{max} \approx 0.85$  и далее уменьшается до своего наименьшего значения  $(p_0/p_{01})_{min} \approx 0.8$  на оси канала. Из графиков распределения полного давления  $p_0/p_{01}$ , характеризующих потерю механической энергии, можно заключить, что только небольшая часть потери полного давления происходит в системе скачков (кривые 4, 5 на рис. 11a). Наибольшие потери имеют место вследствие диссипативных процессов в пограничном слое (кривые 1, 2 на рис. 11a). Это же можно наблюдать и по кривым распределения полного давления поперек канала, которые на выходе из канала имеют немонотонный характер с максимумом на расстоянии  $y \approx 0.35$  от стенки. На оси канала наблюдается локальный

минимум, что качественно совпадает с экспериментальными данными<sup>1</sup>. Для рассматриваемого режима торможения потока в псевдоскачке с  $M_\infty = 2$  отношения  $p_0/p_{01}$  в трех точках, расположенных на плоскости симметрии, на стенке и на границе пограничного слоя, равны соответственно 0,8, 0,85 и 0,43. Экспериментальные данные в соответствующих точках имеют значения 0,75, 0,9 - 0,93 и 0,43 - 0,5. Здесь нельзя говорить о количественном совпадении с экспериментом, т.к. течение, наблюдаемое в экспериментах, турбулентное, тем не менее, согласие сравниваемых данных может рассматриваться как дополнительный аргумент в пользу достоверности численного решения.

Влияние числа Рейнольдса на структуру псевдоскачка при неизменном уровне дросселирования  $p_{out}/p_{in} = 3,2$  ( $p_{in}$  - статическое давление на входе) изучено при различных числах Рейнольдса 500 + 2000. На рис. 12а приведено распределение чисел Маха вдоль центральной линии канала при  $M_\infty = 2$ ,  $T_\infty = 156$  К. Структура течения для этих вариантов различна: при  $Re_h = 1000$  на входе формируется X-образный скачок, при  $Re_h = 800$  -  $\lambda$ -образный скачок, при  $Re_h = 500$  имеет место отсоединенный скачок уплотнения. При  $Re_h = 1000$  X-образный скачок на входе вызывает закрытый отрыв пограничного слоя. Расчеты показали, что при меньших  $Re_h$  размер отрывной зоны уменьшается. При  $Re_h = 700$  отрыв исчезает.

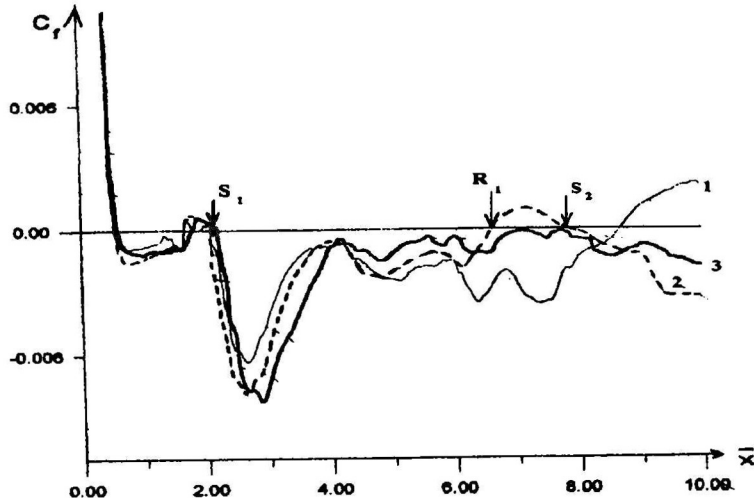


Рис. 13

<sup>1</sup> Гурылев В.Г., Трифонов А.К. Псевдоскачок в простейшем воздухозаборнике в виде цилиндрической трубы // Учен. зап. ЦАГИ. 1975. Т.7. № 1. С. 130-137.

При  $p_{out}/p_{in} = 3.2$  и  $Re > 1000$  в расчетах получается режим, близкий к установившемуся - положение первого скачка фиксируется, а конечный скачок колеблется около некоторого положения. Наблюдается возникновение зоны вторичного отрыва. Распределение коэффициента трения вдоль стенки канала на разных временных слоях приведено на рис. 13 при  $Re_h = 1200$ . Кривая 1 соответствует закрытому отрыву потока. Характерное распределение коэффициента трения при образовании вторичного отрыва представляется кривой 2, где  $S_2$  - точка вторичного отрыва. Кривая 3 соответствует течению в псевдоскачке с открытым отрывом, причем течение близко к струйному.

В заключении диссертации приведены основные результаты и выводы по диссертационной работе, заключающиеся в следующем:

1. В диссертации рассмотрена задача торможения сверхзвукового ламинарного потока газа в псевдоскачке и отмечена ее актуальность. Обоснована целесообразность исследования сложных физических явлений, возникающих при торможении сверхзвукового потока в канале, при помощи численного интегрирования системы полных нестационарных уравнений Навье - Стокса на основе разностной схемы TVD с применением динамически адаптивных сеток.

2. Выявлен ряд закономерностей торможения сверхзвукового потока в канале. Результаты представлены в виде изолиний чисел Маха, давлений, плотностей и графиков распределения газодинамических переменных вдоль продольных сечений и ортогональных к поверхности канала сечений и согласуются с известными в литературе экспериментальными данными для псевдоскачков в каналах постоянного сечения.

3. На основе анализа результатов расчетов установлено:

- полностью дозвуковой режим течения на выходе может быть достигнут при определенном уровне дросселирования;
- при определенных входных параметрах на небольшом участке за первым скачком уплотнения имеет место полностью дозвуковой режим по всему поперечному сечению канала;
- в некотором диапазоне определяющих параметров течения в псевдоскачке возникает отрыв пограничного слоя;
- максимальная скорость течения достигается не в центре канала, а на некотором удалении от оси канала, и на оси канала имеет место локальный минимум скорости.

4. Выявлено влияние числа Рейнольдса на качественную картину псевдоскачка. В зависимости от входного числа Рейнольдса возможно торможение с формированием головного X-образного скачка уплотнения, либо головного  $\lambda$ -образного скачка, либо отсоединенного скачка уплотнения.



5. Для более быстрого счета разработан метод зонального расчета течений типа псевдоскачка, представляющий собой реализацию метода сильного взаимодействия вязких диссипативных слоев с внешним сверхзвуковым потоком. Метод использует эффективные алгоритмы численного решения уравнений пограничного слоя и уравнений Навье - Стокса. Для вязкой зоны используется обратный метод расчета пограничного слоя, позволяющий проводить расчет как для безотрывных, так и для отрывных течений. Достоинствами метода являются более высокая разрешающая способность сеток в рассматриваемых по отдельности зонах течения, меньшее время выполнения программы и более быстрая сходимость.

6. Предложена новая методика стыковки вязкой и невязкой зон в зональных методах расчета, согласно которой внутри зон происходит передача информации от вязкой зоны к невязкой. Зональные граничные условия при передаче информации не используются.

**Результаты диссертации изложены в следующих публикациях:**

1. Гильманов А.Н., Панова А.М. Численное решение задачи о торможении сверхзвукового потока газа в плоском канале // Аналитическая механика, устойчивость и управление движением: Тезисы докладов VII Четаевской конференции. Казань, 1997. С.132.
2. Гильманов А.Н., Панова А.М., Сайфуллин Э.Г. Проявление нестационарных эффектов при торможении сверхзвукового потока газа в псевдоскачке // Труды I международной конференции "Модели механики сплошной среды, вычислительные технологии и автоматизированное проектирование в авиа - и машиностроении". Т. 1. Казань, 1977. С. 126-130.
3. Гильманов А.Н., Панова А.М. Численное исследование влияния числа Рейнольдса на структуру псевдоскачка // Проблемы энергетики: Материалы докладов республиканской научной конференции. Ч. 1. Казань, 1998. С.64-65.
4. Gilmanov A.N., Panova A.M. Numerical simulation of supersonic gas flow with separation in a flat channel // Proceedings Second International Symposium of Energy, Environment and Economics. V.1. Kazan, 1998. P.42-45.
5. Панова А.М. Расчет торможения в псевдоскачке с учетом вязко-невязкого взаимодействия // Математическое моделирование в естественных науках: Тезисы докладов Всероссийской конференции молодых ученых. Пермь, 1998. С.46.
6. Панова А.М. Исследование торможения потока газа в псевдоскачке // Вестник Казанского технологического университета. 1998. № 2. С.65-69.

7. Панова А.М. Расчет сжимаемого отрывного пограничного слоя обратным методом // Математические методы в технике и технологиях ММТТ-12: Сборник трудов 12-й Международной научной конференции. Т.1. Великий Новгород, 1999. С.42-45.
8. Гильманов А.Н., Панова А.М. Торможение сверхзвукового ламинарного потока газа в псевдоскачке // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1999. № 3. С.164-171.
9. Панова А.М. Влияние теплообмена на положение точки отрыва в течении Хоуарта // Методы кибернетики химико-технологических процессов: Тезисы докладов 5-й Международной научной конференции. Казань, 1999. С.84-86.
10. Гильманов А.Н., Панова А.М. Численное моделирование вязко-невязкого взаимодействия при торможении сверхзвукового потока газа с отрывом пограничного слоя // Математические модели и методы их исследования. Тезисы докладов Международной конференции. Красноярск, 1999. С. 71-72.





2-10